FACHHOCHSCHULE STUTTGART HOCHSCHULE FÜR TECHNIK

LÖSUNG PROBEKLAUSUR (1. Teil) IM SS 2007 (HM 2)

A1: Berechnen Sie die 1. Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \sqrt[2007]{x} \cdot \sin \frac{2007}{x} \cdot \ln \frac{2007}{x}$ und fassen Sie soweit als möglich zusammen:

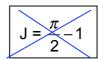
$$f'(x) = \frac{1}{2007x} \cdot \sqrt[2007]{x} \cdot \left\{ \sin \frac{2007}{x} \cdot \left(1 + \frac{\ln x}{2007} \right) - \frac{2007}{x} \cdot \ln x \cdot \cos \frac{2007}{x} \right\}$$

<u>A2:</u> Bestimmen Sie den Wert des bestimmten Integrals J mit $J = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} dx$

$$J = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x} \, dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(1 + \sin x \right) dx = \left[x + \cos x \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

J = 0

J = 1+ π



 $J = 2 - \pi$

Bitte Lösung ankreuzen!

A3: a) Lösen Sie die folgende quadratische Gleichung:

$$z^{2} + (3-2i) \cdot z + (1-3i) = 0; z \in \mathbb{C}$$
 $z_{1} = -1 + i$
 $z_{2} = -2 + i$

b) Sei $z_3 = \frac{2+3i}{3-2i}$; $z_3 \in \mathbb{C}$ gegeben. Bestimmen Sie zunächst Real- und Imaginärteil dieser komplexen Zahl sowie ihren Betrag und Winkel.

$$Re(z_3) = \boxed{0} \quad Im(z_3) = \boxed{1} \quad |z_3| = \boxed{1} \quad \varphi = \boxed{90^{\circ}}$$

Was erhält man für $(z_3)^{2007}$? $i^{2007} = \frac{i^{2008}}{i} = \frac{1}{i} = -i$

A4: Bestimmen Sie mittels Potenzreihenansatz $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ (bis x^4 -Glied) eine näherungsweise Lösung der Dgl $xy'-y^2=4x^2-1$; y(0)=-1.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot a_n \cdot x^n - \underbrace{(a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + \dots)^2}_{1 - 2a_1 x + (a_1^2 - 2a_2) x^2 + 2(a_1 a_2 - a_3) x^3 + (a_2^2 - 2a_4 + 2a_1 a_3) x^4 + \dots} = 4 x^2 - 1; \quad a_0 = -1$$

also
$$y = -1 + x^2 + \frac{1}{6}x^4 + \dots$$